

# Esercizi di Scienza delle Finanze

## Seconda parte

Davide Cipullo

Dicembre 2022

### 1 Scelta sociale

1. Consideriamo una società formata da 100 individui, con preferenze:

- Sinistra:  $a \succ b \succ c \rightarrow n_l = 25$
  - Centro-sinistra  $b \succ a \succ c \rightarrow n_{cl} = 20$
  - Centro-destra  $b \succ c \succ a \rightarrow n_{cr} = 15$
  - Destra:  $c \succ b \succ a \rightarrow n_r = 40$
- (a) Si calcoli la scelta che risulta essere il vincitore di Condorcet.
  - (b) Si calcoli la scelta preferita dalla società secondo la regola della maggioranza semplice, se tutti gli individui votano in modo sincero.
  - (c) Si calcoli la scelta preferita dalla società secondo la regola del ballottaggio tra le due opzioni più votate, se tutti gli individui votano in modo sincero.
  - (d) Si calcoli la scelta preferita dalla società secondo un metodo di votazione alla Borda tale per cui ciascun individuo assegna 2 punti all'alternativa preferita, 1 punto alla seconda scelta, e 0 punti all'alternativa meno preferita, se tutti gli individui votano in modo sincero.
  - (e) Si descriva un esempio (per ciascuno dei tre sistemi di voto precedenti) di come i gruppi che supportano le alternative perdenti abbiano la possibilità di manipolare strategicamente il voto a proprio vantaggio.

### 2 Competizione elettorale alla Downs

1. In una società composta da 5 individui ci sono due partiti, L (*Left*) e R (*Right*), che competono secondo la regola della maggioranza semplice. Ciascun votante  $i \in \{1, \dots, 5\}$  ha funzione di utilità:  $U_i = c_i + \ln(G)$ , dove  $c_i$  rappresenta il consumo privato e  $G$  è un bene pubblico. Il vincolo di bilancio individuale per l'individuo  $i$  è  $c_i = (1 - t)w_i$ , dove  $w_i$  rappresenta il reddito dell'individuo  $i$  e  $t$  rappresenta un'aliquota di imposta proporzionale. Ipotizziamo che il reddito dell'individuo 1 sia  $w_1 = 1$ , il reddito dell'individuo 2 sia  $w_2 = 4$  e così via, in modo che il reddito dell'individuo 5 sia  $w_5 = 25$ . Il vincolo di bilancio del governo è del tipo  $G = t \sum_{i=1}^5 w_i$ . I partiti propongono  $t$  e  $G$  prima delle elezioni, e sono vincolati a realizzare la proposta annunciata qualora dovessero vincere le elezioni.

- (a) Chi è l'elettore mediano in questa società? Le ipotesi del Teorema dell'elettore mediano sono soddisfatte?
- (b) Qual è il livello di  $t$  e di  $G$  preferito dall'elettore mediano? Si risolva il modello.
- (c) Quale livello di  $t$  e  $G$  proporranno i partiti, se sono *office-motivated*, prima delle elezioni? Si risolva il modello.
- (d) Quale livello di  $t$  e  $G$  proporranno i partiti, se sono *policy-motivated*, prima delle elezioni? Si risolva il modello.

- (e) Quale sarebbe il livello efficiente di  $t$  e  $G$  secondo una funzione di benessere sociale di tipo utilitaristico? Si risolva il modello.

### 3 Competizione elettorale probabilistica

1. In una società composta da 3 individui ci sono due partiti, L (*Left*) e R (*Right*), che competono secondo la regola della maggioranza semplice. Ciascun votante  $i \in \{1, 2, 3\}$  ha funzione di utilità:  $U_i = c_i + \ln(G)$ , dove  $c_i$  rappresenta il consumo privato e  $G$  è un bene pubblico. Il vincolo di bilancio individuale per l'individuo  $i$  è  $c_i = (1-t)w_i$ , dove  $w_i$  rappresenta il reddito dell'individuo  $i$  e  $t$  rappresenta un'aliquota di imposta proporzionale. Ipotizziamo che il reddito dell'individuo 1 sia  $w_1 = 1$ , il reddito dell'individuo 2 sia  $w_2 = 4$  e il reddito dell'individuo 3 sia  $w_3 = 9$ . Inoltre, la probabilità che l'individuo 1 si rechi alle urne è 1; la probabilità che l'individuo 2 si rechi alle urne è  $1/2$ , e la probabilità che l'individuo 3 si rechi alle urne sia uguale a  $1/3$ . Il vincolo di bilancio del governo è del tipo  $G = t \sum_{i=1}^3 w_i$ . I partiti propongono  $t$  e  $G$  prima delle elezioni, e sono vincolati a realizzare la proposta annunciata qualora dovessero vincere le elezioni.
  - (a) Quale livello di  $t$  e  $G$  proporranno i partiti, se sono *office-motivated*, prima delle elezioni? Si risolva il modello.
  - (b) Quale livello di  $t$  e  $G$  proporranno i partiti, se sono *policy-motivated*, prima delle elezioni? In particolare, ipotizziamo che la funzione di utilità del partito L sia  $U_L = -(t-1)^2$ , mentre la funzione di utilità del partito R sia  $U_R = -(t^2)$ . Si esprimano la funzione obiettivo e i vincoli di ciascuno dei due partiti. Non è necessario risolvere il modello.
  - (c) Quale sarebbe il livello efficiente di  $t$  e  $G$  secondo una funzione di benessere sociale di tipo utilitaristico? Si risolva il modello.

### 4 Contrattazione legislativa

1. Supponiamo che, in una democrazia parlamentare, tre partiti siano presenti in parlamento. Li chiameremo  $c$  (*Centre*),  $l$  (*Left*) e  $r$  (*Right*). Nessuno di essi ha ottenuto la maggioranza in occasione delle elezioni, ma una coalizione formata da due partiti qualsiasi (dei tre) è necessaria e sufficiente per formare un governo. I partiti possono contrattare la suddivisione di un budget pubblico  $R = 100$  tra la working-class (rappresentata dal partito  $l$ ), la classe media (rappresentata dal partito  $c$ ), e la upper class (rappresentata dal partito  $r$ ). La funzione di utilità di ciascun partito  $p$  è uguale a  $U_p = r_p$ , dove  $r_p$  rappresenta l'ammontare di risorse del bilancio pubblico assegnate al gruppo sociale rappresentato dal partito  $p$ . Si supponga inoltre che gli eventi avvengano nel seguente ordine: un partito è selezionato casualmente (con probabilità  $p_p = \frac{1}{3}$  uguale per ciascuno) come il primo proponente. Se una coalizione di due partiti viene formata, i partiti traggono utilità dall'allocazione dei fondi. Altrimenti, un nuovo partito è scelto casualmente come proponente (con probabilità  $p_p = \frac{1}{3}$  uguale per tutti i partiti). Se una coalizione di due partiti viene formata, i partiti traggono utilità dall'allocazione dei fondi. Altrimenti, tutti i partiti ricevono un'utilità pari a 0.
  - (a) Come verrebbero distribuite le risorse qualora il gioco arrivasse fino all'ultimo periodo?
  - (b) Si calcoli l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi di questo gioco dinamico.
  - (c) Ipotizziamo adesso che, qualora un accordo non venga trovato nemmeno nel secondo periodo, tutti i partiti ricevano un'utilità pari a  $U_p = 25$ . Si calcoli l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi di questo gioco dinamico.